

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и  
обслуживающих технологий  
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий

Е.А. Журавлева  
« 17 » 2025



Приложение к рабочей программе учебной дисциплины  
**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине  
Современные проблемы математики

По направлению подготовки 01.04.01 Математика  
Магистерская программа –  
Квалификация выпускника магистр  
Форма обучения очная  
Курс 2 курс

Разработчики:  
доцент Скринникова А.В.

заведующий кафедрой  
фундаментальной математики  
Темникова С.В.

Заведующий кафедрой  
фундаментальной математики

Темникова С.В.  
Протокол

от « 13 » января 2025 г., № 7

Луганск, 2025

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## 1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Современные проблемы математики» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

## 1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 12 (с изменениями и дополнениями).

## 1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на овладение следующими компетенциями:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-3 – Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика».	ПК-3.1. Демонстрирует фундаментальные знания математической теории и перспективных направлений развития современной математики, необходимые для осуществления педагогической деятельности.
	ПК-3.2. Демонстрирует убеждение в абсолютности математической истины, математического доказательства и умение осуществлять выбор рациональных методов решения поставленной задачи.

## 1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1.	ПК-3	• выполнение и защита лабораторных работ; • выполнение практических заданий; • реферат.
Тема 2.	ПК-3	• выполнение и защита лабораторных работ; • выполнение практических заданий; • реферат.
Тема 3.	ПК-3	• выполнение и защита лабораторных работ; • выполнение практических заданий; • реферат.

Тема 4.	ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• выполнение и защита лабораторных работ;</li> <li>• реферат.</li> </ul>
Тема 5.	ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• выполнение и защита лабораторных работ;</li> <li>• реферат.</li> </ul>
Тема 6.	ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• выполнение и защита лабораторных работ;</li> <li>• реферат.</li> </ul>
Тема 7.	ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• выполнение и защита лабораторных работ;</li> <li>• реферат.</li> </ul>
Промежуточная аттестация	ПК-3	экзамен

### 1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код и наименование компетенции	Показатели достижения компетенций (знать, уметь, владеть)
ПК-3 – Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика».	<p><b>знать:</b> формулировки классических задач теории чисел; алгоритмы теории чисел, используемые в теории делимости и криптографии; проблемы и перспективные направления развития современной теории чисел и алгебры; проблемы современного геометрического представления целых точек в евклидовых областях;</p> <p><b>уметь:</b> применять фундаментальные знания математической теории и перспективных направлений развития современной математики в педагогической деятельности;</p> <p><b>владеть навыками</b> решения классических задач теории чисел и алгебры, необходимыми для осуществления педагогической деятельности по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика».</p>

### 1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

#### Система оценивания учебных достижений студентов очной формы обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
3 семестр	
Выполнение и защита лабораторных работ	20
Выполнение практических заданий	20
Реферат	10
Экзамен (письменный)	50
Итого:	100

#### Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система	100- балльная	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания
------------------------------	------------------	---	-----------------------

оценивания экзамена	шкала		зачета
Отлично	90–100	<b>А</b> – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	<b>В</b> – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	<b>С</b> – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	<b>Д</b> – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	<b>Е</b> – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	<b>FX</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов,	Не зачтено

		близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	<b>0–20</b>	<b>F</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

### 1.7. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

2025/2026 учебный год

ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ,  
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

экзамен (письменный) по дисциплине  
«Современные проблемы математики»

Код/названия направлений подготовки **01.04.01 Математика**  
ОФО  
3 семестр

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0**

1. Функция Эйлера. Обобщение малой теоремы Ферма.
2. Великая проблема Ферма и ее роль в развитии теории чисел.
3. Найти два натуральных числа, сумма которых равна 667, а частное от деления их НОД на НОК равно 12.

Утверждено на заседании кафедры фундаментальной математика, протокол  
№ от 2025 года.

Заведующий кафедрой  
фундаментальной математики \_\_\_\_\_ С.В. Темникова

Экзаменатор \_\_\_\_\_ С.В. Темникова

## 2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

#### *Практические задания:*

1. Найти два натуральных числа, сумма которых равна 667, а частное от деления их НОД на НОК равно 12.

2. Решить систему сравнений 
$$\begin{cases} 12x \equiv 5 \pmod{17} \\ 16x \equiv 13 \pmod{97} \end{cases}$$

4. Вычислить символ Лежандра  $\left(\frac{40}{73}\right)$ .

5. Найти остаток от деления  $7^{100} - 3^{100}$  на 125.

6. Построить график функции  $y = x - [x]$ , если  $-3 \leq x \leq 3$ .

7. Найти порядок элемента  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 & 10 & 9 & 8 \end{pmatrix} \in S_{10}$ .

8. Найти порядок элемента  $-i$  из мультипликативной группы комплексных чисел.

9. Найти порядок элемента  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \in \mathbb{C}^*$ .

10. Сколько существует решений уравнения  $x^2 = a$  в кольце кватернионов в зависимости от параметра  $a \in \mathbb{H}$  для  $a \in \mathbb{R} \subset \mathbb{H}$ ?

11. Разложите на простые множители идеал в  $\mathbb{C}[x, y]$ , порождённый  $x^2 + 2y^2 - 1$  и  $2x^2 + y^2 - 1$ .

12. В кольце  $\mathbb{Z}[\sqrt{-6}]$ , составленном комплексными числами вида  $a + b\sqrt{-6}$ , где  $a, b \in \mathbb{Z}$ , разложите разложите главный идеал  $(6)$  в произведение простых идеалов.

#### *Лабораторные работы:*

##### **ЛР № 1. Распознавание типов формальных языков и грамматик**

##### **Цели работы:**

- закрепить понятия «алфавит», «цепочка», «формальная грамматика», «формальный язык», «выводимость цепочек», «эквивалентная грамматика»;
- сформировать умения и навыки распознавания типов формальных языков и грамматик по классификации Хомского, построения эквивалентных грамматик.

##### **Постановка задачи к работе № 1**

При выполнении работы следует реализовать следующие действия:

- 1) составить несколько грамматик (по возможности разных типов), порождающих формальный язык, заданный в соответствии с вариантом;

2) определить тип формальных грамматик и языка по классификации Хомского;

3) привести примеры вывода нескольких цепочек в соответствии с правилами грамматик.

Некоторые варианты индивидуальных заданий к работе №1.

Вариант Формальный язык

- 1  $L(G) = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k > 0\}$
- 2  $L(G) = \{(ab)^n (cb)^m \mid n, m \geq 0\}$
- 3  $L(G) = \{0^n (10)^m \mid n, m \geq 0\}$
- 4  $L(G) = \{wcwcw \mid w \in \{a, b\}^+\}$
- 5  $L(G) = \{c^{2n} d^n \mid n > 0\}$
- 6  $L(G) = \{l+ll \mid l \in \{a, b\}^+\}$
- 7  $L(G) = \{(10)^{n-1} (01)^{n+1} \mid n > 0\}$
- 8  $L(G) = \{(ac)^n \mid n > 0, a \in \{b, d\}, c \in \{+, -\}\}$

## ЛР № 2. Построение конечного автомата по регулярной грамматике

### Цели работы:

- закрепить понятия «регулярная грамматика», «недетерминированный и детерминированный конечный автомат»;

- сформировать умения и навыки построения конечного автомата по регулярной грамматике и преобразования недетерминированного конечного автомата к детерминированному конечному автомату.

### Постановка задачи к работе № 2

При выполнении работы реализовать следующие действия:

- 1) выполнить проверку заданной грамматики на принадлежность к классу регулярных грамматик;
- 2) построить по заданной регулярной грамматике конечный автомат;
- 3) преобразовать недетерминированный конечный автомат к детерминированному конечному автомату;
- 4) построить графы получившихся конечных автоматов.

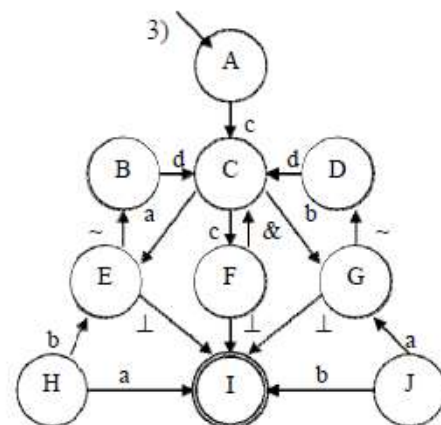
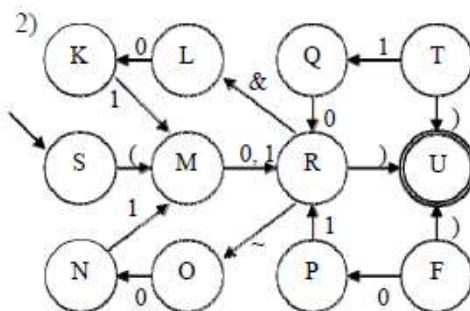
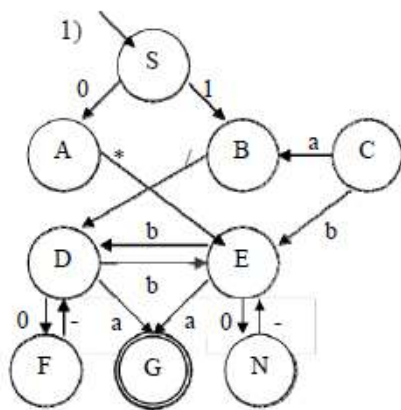
Некоторые варианты индивидуального задания к работе № 2

Вариант Регулярная грамматика

- 1  $G = (\{S, C, D\}, \{0, 1\}, P, S)$ , где  $P$ :  
1)  $S \rightarrow 1C \mid 0D$ ; 2)  $C \rightarrow 0D \mid 0S \mid 1$ ; 3)  $D \rightarrow 1C \mid 1S \mid 0$ .
- 2  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ , где  $P$ :  
1)  $S \rightarrow aA \mid bB \mid aC$ ; 2)  $A \rightarrow bA \mid bB \mid c$ ; 3)  $B \rightarrow aA \mid cC \mid b$ ; 4)  $C \rightarrow bB \mid bC \mid a$ .
- 3  $G = (\{K, L, M, N\}, \{a, b, +, -, \bullet\}, P, K)$ , где  $P$ :  
1)  $K \rightarrow aL \mid bM$ ; 2)  $L \rightarrow -N \mid -M$ ; 3)  $M \rightarrow +N$ ; 4)  $N \rightarrow aL \mid bM \mid \bullet$ .
- 4  $G = (\{X, Y, Z, W, V\}, \{0, 1, \sim, \#, \&\}, P, X)$ , где  $P$ :  
1)  $X \rightarrow 0Y \mid 1Z \mid \bullet$ ; 2)  $Y \rightarrow 0Z \mid \sim W \mid \#$ ; 3)  $Z \rightarrow 1Y \mid 1W \mid 0V$ ;  
4)  $W \rightarrow 0W \mid 1W \mid \#$ ; 5)  $V \rightarrow \&Z$ .

## ЛР № 3. Минимизация конечных автоматов





### Цели работы:

- закрепить понятия «недостижимые состояния автомата», «эквивалентные состояния автомата», «минимальный конечный автомат»;
- сформировать умения и навыки минимизации детерминированного конечного автомата.

### Постановка задачи к работе № 3

При выполнении работы реализовать следующие действия:

- 1) устранить недостижимые состояния конечного автомата;
- 2) исключить эквивалентные состояния конечного автомата;
- 3) построить граф минимального конечного автомата;
- 4) разработать серию контрольных примеров и провести тестирование КА.

Некоторые варианты индивидуальных заданий к работе № 3 представлены на рисунке.

### ЛР № 4. Эквивалентные преобразования контекстно-свободных грамматик

#### Цели работы:

- закрепить понятия «эквивалентные грамматики», «приведенная КС-грамматика»;
- сформировать умения и навыки эквивалентных преобразований контекстно-свободных грамматик.

### Постановка задачи к работе № 4

При выполнении работы следует реализовать следующие действия:

- 1) проверить грамматику на принадлежность к классу КС-грамматик;
- 2) проверить существование языка КС-грамматики;
- 3) выполнить эквивалентные преобразования грамматики, направленные на удаление:
  - а) бесполезных символов;
  - б) недостижимых символов;
  - в)  $\epsilon$ -правил;
  - г) цепных правил;
  - д) левой факторизации правил;
  - е) прямой левой рекурсии.

Некоторые варианты индивидуальных заданий к работам № 4 и 5

1  $G = (\{S, A, B, D, E\}, \{a, b, c, e\}, P, S)$ , где  $P$ :

1)  $S = AB / \varepsilon$ ; 2)  $A = Aa / S / a$ ; 3)  $B = bD / bS \mid b$ ; 4)  $D = ccD$ ; 5)  $E = eE / e$

2  $G = (\{E, T, F, G, H\}, \{+, -, *, /, n, m, h\}, P, E)$ , где  $P$ :

1)  $E = T \mid E+T \mid E-T \mid \varepsilon$ ; 2)  $T = F \mid F*T \mid F/T \mid \varepsilon$ ;

3)  $F = G \mid Fn \mid n$ ; 4)  $G = Gm$ ; 5)  $H = Hh \mid h$

#### **ЛР № 5. Построение автомата с магазинной памятью по контекстносвободной грамматике**

##### **Цели работы:**

- закрепить понятия «автомат с магазинной памятью (МП-автомат)», «расширенный МП-автомат», «конфигурация МП-автомата»; «строка и язык, допускаемые МП-автоматом»;
- сформировать умения и навыки построения МП-автомата и расширенного МП-автомата по КС-грамматике, разбора входной строки с помощью МП-автомата.

##### **Постановка задачи к работе № 5**

При выполнении работы следует реализовать следующие действия:

- а) проверить грамматику на принадлежность к классу КС-грамматик;
- б) построить МП-автомат по КС-грамматике;
- в) построить расширенный МП-автомат по КС-грамматике;
- г) продемонстрировать разбор некоторой входной строки с помощью построенных автоматов для случая:
  - входная строка принадлежит языку исходной КС-грамматики и допускается МП-автоматом;
  - входная строка не принадлежит языку исходной КС-грамматики и не допускается МП-автоматом.

Индивидуальные варианты заданий представлены в ЛР №4.

#### **ЛР № 6. Функционирование распознавателя для $LL(1)$ -грамматик**

##### **Цели работы:**

- закрепить понятие « $LL(k)$ -грамматика», необходимые и достаточные условия  $LL(k)$ -грамматики;
- сформировать умения и навыки построения множеств  $FIRST(k, a)$  и  $FOLLOW(k, A)$ , распознавателя для  $LL(1)$ -грамматик.

##### **Постановка задачи к работе № 6**

При выполнении практической работы следует реализовать следующие действия:

- построить множества  $FIRST(1, A)$  и  $FOLLOW(1, A)$  для каждого нетерминального символа грамматики;
- проверить необходимое и достаточное условия  $LL(1)$  для КС-грамматики;
- проиллюстрировать функционирование распознавателя для  $LL(1)$ -грамматик, составив набор контрольных примеров для случаев:
  - а) введенная КС-грамматика не является  $LL(1)$ -грамматикой;

б) исходная КС-грамматика является  $LL(1)$ -грамматикой, но входная строка не принадлежит языку грамматики;

в) заданная КС-грамматика является  $LL(1)$ -грамматикой, и введенная строка принадлежит языку грамматики.

Разбор цепочек показать с помощью таблицы, строки вывода и дерева вывода.

Вариантами индивидуальных заданий к лабораторной работе № 6 являются выходные данные лабораторной работы № 4.

### ***Темы рефератов:***

1. Теорема Евклида о делении с остатком и её применение к конкретным вопросам теории делимости.
2. Великая проблема Ферма и ее роль в развитии теории чисел.
3. Проблема Римана и ее роль в теории чисел.
4. Фундаментальные проблемы теории чисел: проблема близнецов, проблема Гольдбаха.
5. Алгоритмы генерации простых чисел.
6. Алгоритмы проверки чисел на простоту.
7. Алгоритм быстрого дискретного преобразования Фурье.
8. Алгоритм RSA криптографии.

## **2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации**

### **Вопросы к экзамену**

1. Кольцо целых чисел, аддитивные группы целых чисел, полугруппы натуральных чисел.
2. Минимальное поле - поле рациональных чисел, поле действительных чисел и подполя действительных чисел.
3. Конечные поля, характеристики конечных полей.
4. Теорема Евклида о делении с остатком и обобщение, применение к конкретным вопросам теории делимости.
5. Великая проблема Ферма и ее роль в развитии теории чисел. Проблема Римана и ее роль в теории чисел.
6. Фундаментальные проблемы теории чисел: проблема близнецов, проблема Гольдбаха.
7. Функция Эйлера. Обобщение малой теоремы Ферма.
8. Алгоритмы генерации простых чисел.
9. Алгоритмы проверки чисел на простоту.
10. Алгоритм быстрого дискретного преобразования Фурье, косинус-преобразование; связь с дробными долями.
11. Алгоритм RSA криптографии.
12. Обобщение малой теоремы Ферма. (Теорема Эйлера), в кольце целых чисел и в кольце многочленов с целыми коэффициентами.
13. Классификация конечных групп.
14. Теорема Лагранжа об индексах сопряженных классов.

15. Неприводимые многочлены и теория сравнений.
16. Задачи повышенной сложности относительно деления многочленов на многочлен.
17. Основная теорема алгебры над полями.
18. Алфавит, цепочка, формальная грамматика и формальный язык, выводимость цепочек, эквивалентная грамматика.
19. Регулярная грамматика, недетерминированный и детерминированный конечный автомат.
20. Недостижимые состояния автомата, эквивалентные состояния автомата, минимальный конечный автомат.
21. Эквивалентные грамматики, приведенная КС-грамматика.
22. Эквивалентные преобразования контекстно-свободных грамматик.
23. Автомат с магазинной памятью (МП-автомат), расширенный МП-автомат, конфигурация МП-автомата, строка и язык, допускаемые МП-автоматом.
24.  $LL(k)$  - грамматика, необходимые и достаточные условия  $LL(k)$  – грамматики.